Komputerowe Symulacje Numeryczne

Jacek Mostowicz
31.X.2005

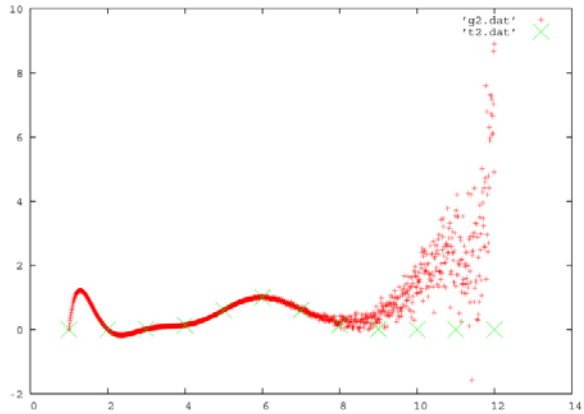
Interpolacja wielomianowa

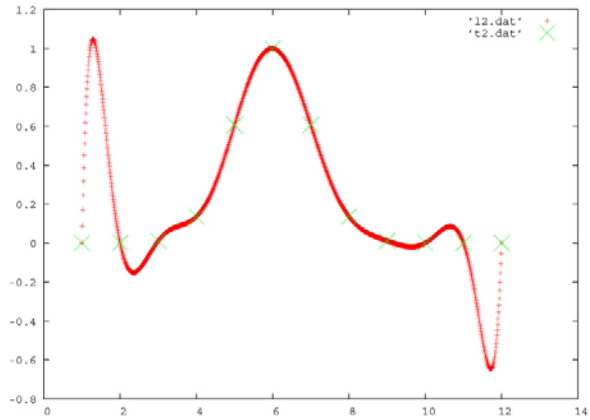
Cel ćwiczenia:
Wykorzystując różne metody przybliżano funkcję:
$$f(x) = \exp(-(x-6)^2/\gamma)$$
dla $\gamma = 2,4,9,12$ i $x_i = i$, $i = 1,2,...,12$;

Zadany problem:
Pierwsza metoda przybliżenia funkcji f polegała na wykorzystaniu wielomianu interpolującego uzyskanego przy pomocy wzoru Lagrange'a. Druga metoda polegała natomiast na rozwiązaniu układu równań:
$$\begin{pmatrix} a_1^0 & \cdots & a_1^{11} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{12}^0 & \cdots & a_{12}^{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ ... \\ c_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_1) \\ ... \\ f(x_{12}) \end{pmatrix}$$
Uzyskany w ten sposób wielomian porównano z wielomianem pochodzącym ze wzoru Lagrange'a dla odpowiednich γ;

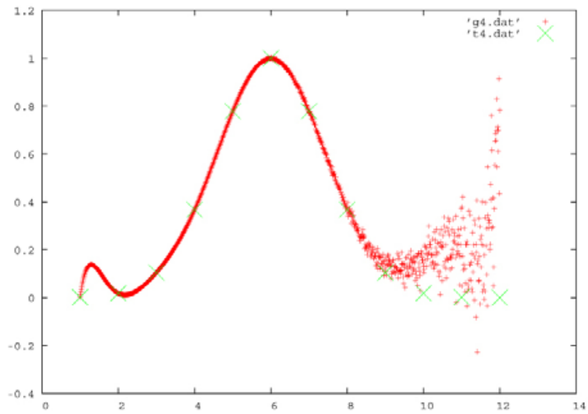
Rozwiązanie:
Poniżej porównano obie metody przybliżania funkcji f dla różnych γ. Dane wykorzystane przy sporządzaniu wykresów pochodzą z tego samego przedziału [1,2,...,12] o kroku 0,01.
Dla poszczególnych γ zamieszczono do porównania odpowiednio przybliżenie dla wielomianu pochodzącego z układu równań oraz dla wielomianu uzyskanego ze wzoru Lagrange'a.
Zielone punkty to punkty teoretyczne obliczone poprzez wstawienie odpowiednich x-ów do przepisu funkcji f.

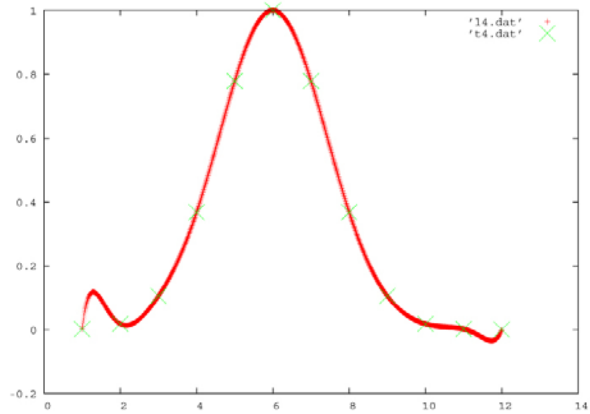
$\gamma = 2$



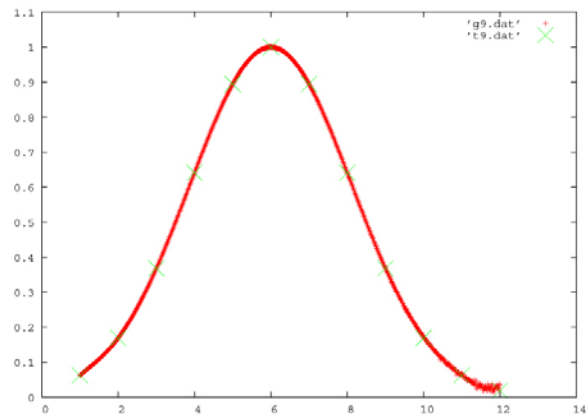


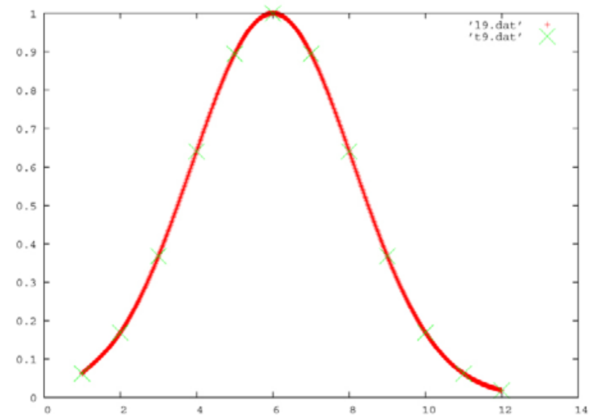
$\gamma = 4$



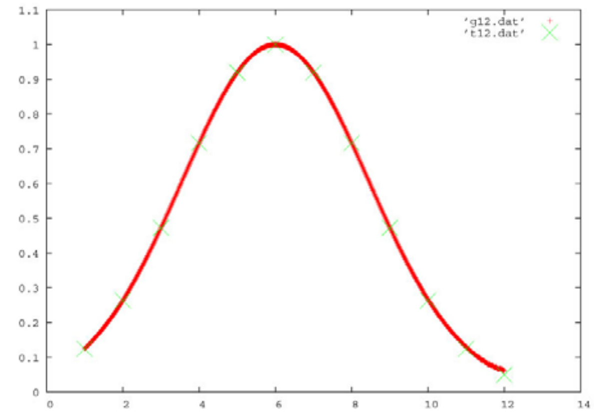


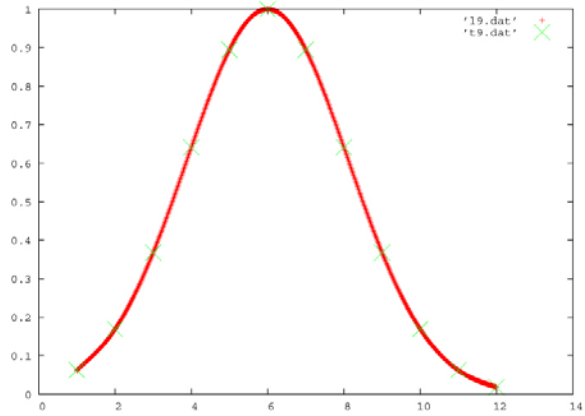
$\gamma = 9$





$\gamma = 12$





Jak widać na powyższych rysunkach najlepsze przybliżenie funkcji f uzyskano dla $\gamma = 12$.
Pełnowymiarowe rysunki zamieszczono w załączniku.